Т. О. Стефанович, С. В. Щербовських\* Національний університет "Львівська політехніка" кафедра проектування та експлуатації машин, \*кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювання

## ВИЗНАЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ ЗАХИСНОЇ АРМАТУРИ З ВРАХУВАННЯМ ПЕРЕРОЗПОДІЛУ НАВАНТАЖЕННЯ МІЖ ЗАПОБІЖНИМИ КЛАПАНАМИ

© Стефанович Т. О., Щербовських С. В., 2015

Запропоновано модель надійності захисної арматури для посудини, яка працює під тиском. Особливість моделі полягає у тому, що вона враховує вплив на надійність системи перерозподілу навантаження між запобіжними клапанами. Для визначення характеристик надійності застосовано динамічне дерево відмов та марковську модель.

Ключові слова: посудина, яка працює під тиском, захисна арматура, модель надійності, динамічне дерево відмов, марковська модель.

This paper is devoted to the solving task of property prediction on the basis of analogical inference. The reliability model of safety valves for pressure vessel is proposed. The feature of model is that it is considered load-sharing effect between safety valves. To determine the reliability characteristics dynamic fault tree and Markov model are used.

Key words: pressure vessel, protective fittings, reliability model, dynamic fault tree, Markov model.

Вступ. Постановка проблеми. Посудини, які працюють під тиском, – це герметично закриті ємності, призначені для перебігу фізико-хімічних процесів, а також для зберігання і перевезення речовин, що перебувають під надлишковим тиском. До них належать автоклави, компресорні установки, парові та водогрійні котли, газгольдери, балони, трубопроводи для транспортування газів і гарячої води. Посудини, які працюють під тиском, зараховують до об'єктів підвищеної небезпеки. Підвищення тиску в посудині вище від допустимого може спричинити її руйнування, і, як наслідок, травмування обслуговуючого персоналу та забруднення довкілля. Для запобігання підвищенню тиску у посудині застосовують захисну арматуру, тобто запобіжні пристрої, які автоматично знижують тиск, якщо його величина перевищує встановлене оператором значення. Несправність захисної арматури, спричинена відкладанням в її елементах накипу, іржі, прилипанням клапанів до сідел, заклинюванням важелів тощо може призвести до описаних вище наслідків. Під час проектування захисної арматури однією із базових вимог, яку висувають до неї, є забезпечення заданого рівня надійності. Кількісно надійність визначають на основі відповідної математичної моделі. Розглянуто проблему як математично описати перерозподіл навантаження між дубльованими запобіжними клапанами в моделі надійності захисної арматури, а також як кількісно врахувати вплив цього явища на її характеристики надійності.

Аналіз останніх досліджень. Для побудови математичних моделей надійності посудин, які працюють під тиском, а також їх елементів та підсистем, виділяємо такі підходи. У роботах [1, 2] використовують безпосередньо математичні моделі фізичних процесів корозії, поширення тріщин, зношування, втоми тощо. Недолік цього підходу полягає у тому, що навіть для простих систем одержані моделі є громіздкими. Окрім того, параметри моделей відомі дослідникам із певним наближенням, що нівелює застосування уточнених моделей фізичних процесів. У працях [3, 4] застосовують динамічні дерева відмов, які поєднують логіко-ймовірнісний апарат та Баєсову мережу. Недолік такого підходу полягає у тому, що сьогодні не достатньо розроблений

інструментарій для адекватного врахування усього спектра явищ, пов'язаних зі зміною навантаження елементів. У статтях [5, 6] використовують моделі надійності, які ґрунтуються на імітаційному моделюванні за методом Монте-Карло. Результати, одержані за цим методом, спотворені флуктуаціями, спричиненими застосуванням генератора випадкових чисел. Вказаний недолік критичний для систем із високою надійністю, оскільки для них досліджувані характеристики співвимірні із амплітудою флуктуацій. У працях [7, 8] використовують марковські моделі надійності, які базуються на аналізі простору станів системи. Основним недоліком таких моделей є обмеження експоненціальним розподілом, а також висока трудомісткість їх побудови, яка зростає у комбінаторному порядку зі збільшенням кількості елементів. Тим не менше, останній підхід вважаємо найприйнятнішим для вирішення поставленої проблеми. Для послаблення обмеження експоненціальним розподілом пропонуємо застосувати розщеплення простору станів [9–11], яке за допомогою уведення фіктивних станів забезпечує врахування довільних розподілів і "запам'ятовування" передісторії напрацювання елементів системи за навантаженням.

## У цій статті виконано такі завдання:

- математично описано надійність захисної арматури на основі динамічного дерева відмов;
- побудовано модель станів та подій системи і розщеплену однорідну марковську модель;

• визначено ймовірність безвідмовної роботи захисної арматури та кількісно проаналізовано причини її непрацездатності.

## Визначення характеристик надійності захисної арматури

**Опис системи та її динамічне дерево відмов.** Відповідно до вимог технологічного процесу у посудину А трубопроводом Б подається робоча суміш (рис. 1, *a*). У посудині за допомогою нагрівача В робочу суміш доводять до кипіння і під надлишковим тиском подають у трубопровід Г.



Рис. 1. Функціональна схема (а), структурна схема надійності (б) та динамічне дерево відмов (в) захисної арматури

Для уникнення підвищення тиску вище від допустимого значення встановлено захисну арматуру, а саме триходовий кран 1, два запобіжні клапани 2 і 3, а також клапан граничного тиску 4. Якщо тиск у посудині перевищує допустиме робоче значення, то спрацьовують запобіжні клапани 2 та 3, і пара подається у трубопровід Д, який сполучений із атмосферою. Якщо тиск продовжує далі зростати і перевищує допустиме аварійне значення, то спрацьовує клапан граничного тиску 4, і робоча суміш зливається трубопроводом Е у запасний резервуар. Дубльовані запобіжні клапани 2 і 3 працюють за алгоритмом навантажувального резервування: якщо обидва клапани працездатні, то навантаження розподіляється між ними порівну. Якщо один із запобіжних клапанів непрацездатний, то навантаження на інший подвоюється. Припускаємо, що засоби технічної діагностики та перемикання ідеальні, а навантаження змінюється миттєво. З погляду надійності логічна структурна схема захисної арматури утворює послідовно-паралельне сполучення елементів, як показано на рис. 1, *б*.

Формалізуємо надійність захисної арматури динамічним деревом відмов, структура якого подана на рис. 1, в. Динамічне дерево відмов є математичною моделлю, яка описує умову появи непрацездатності системи та умови зміни навантаження між її елементами на основі блоків, які позначають логічні операції та операції відношення. Непрацездатність захисної арматури позначена блоком "вершина подій". Вважаємо, що така подія є катастрофічною, тобто поки вона не відбулась, ремонтування будь-якого непрацездатного елемента арматури можна виконати стільки разів, скільки у цьому виникає потреба. Відновлений елемент за експлуатаційними характеристиками вважаємо аналогічним до нового, а решта працездатних елементів такими, що мають попереднє напрацювання. Після настання непрацездатності захисної арматури вважаємо, що ремонт будьякого елемента системи неможливий. Така подія відбувається, якщо одночасно заблоковані обидва трубопроводи Д та Е, що описано блоком "оператор 1", тип якого задано логічною операцією І. Блокування трубопроводу Д відбувається, якщо непрацездатний триходовий кран 1 або група запобіжних клапанів 2 і 3, що описано блоком "оператор 2", тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність триходового крана 1 позначено блоком "базова подія 1", а його напрацювання до відмови розподілено за законом Вейбулла із параметрами α<sub>1</sub> і β<sub>1</sub>. Непрацездатність групи запобіжних клапанів 2 і 3 виникає, якщо обидва вони непрацездатні, що описано блоком "оператор 3", тип якого задано логічною операцією І. Непрацездатність клапанів 2 і 3 позначено блоками "базова подія 2" і "базова подія 3", а їх напрацювання до відмови розподілено за законом Вейбулла із параметрами  $\alpha_2$  і  $\beta_2$  та  $\alpha_3$  і  $\beta_3$ . Блокування трубопроводу Е відбувається, якщо відмовив клапан граничного тиску 4, непрацездатність якого позначено блоком "базова подія 4", а його напрацювання до відмови розподілено за законом Вейбулла із параметрами α<sub>4</sub> і β<sub>4</sub>. Тривалість ремонтування усіх елементів системи вважаємо розподіленою експоненціально із параметром µ.

У захисній арматурі відбуваються такі динамічні явища:

1) зміна навантаження клапана граничного тиску 4 залежно від стану елементів трубопроводу Д;

2) зміна навантаження триходового крана 1 залежно від стану групи запобіжних клапанів 2 і 3;

3) зміна навантаження запобіжних клапанів 2 і 3 залежно від стану триходового крана 1;

4) взаємна зміна навантаження запобіжних клапанів 2 і 3 залежно від їх стану.

Для опису першого явища задамо у блоці "оператор 2" умову зміни навантаження. Якщо на вхід цього блока подається логічний сигнал ХИБНО, тобто усі елементи, які забезпечують функціонування трубопроводу Д, працездатні, то інтенсивність процесу напрацювання клапана граничного тиску 4, який задано у блоці "базова подія 4", становить 0, тобто він є у ненавантаженому режимі.

Для опису другого явища задамо у блоці "оператор 3" умову зміни навантаження. Якщо на вхід цього блока подається логічний сигнал ІСТИННО, тобто група запобіжних клапанів 2 і 3 непрацездатна, то інтенсивність процесу напрацювання триходового крана 1, який задано у блоці "базова подія 1", становить 0.

Для опису третього явища введемо у структуру дерева відмов блоки "оператор 4" і "оператор 5", які є повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Якщо на вхід цих блоків подається логічний сигнал ІСТИННО, тобто триходовий кран 1 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання обох запобіжних клапанів 2 і 3, які задані у блоках "базова подія 2" і "базова подія 3", становить 0.

Для опису четвертого явища, яке реалізує алгоритм навантажувального резервування, введемо у структуру дерева відмов блоки "оператор 6" і "оператор 7", які є повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Якщо на вхід блока "оператор 6" подається логічний сигнал ІСТИННО, тобто запобіжний клапан 2 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання запобіжного клапана 3, який задано у блоці "базова подія 3", зростає в  $k_3$  разів. Відповідно, якщо на вхід блока "оператор 7" подається логічний сигнал ІСТИННО, тобто запобіжний клапан 3 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання запобіжного клапана 2, який задано у блоці "базова подія 2", зростає в  $k_2$  разів. Модель станів та подій. На підставі наведеного вище динамічного дерева відмов захисної арматури згідно із формалізованими правилами [11, с. 67] складено модель станів та подій. Граф такої моделі подано на рис. 2, а її параметри – у таблиці. У моделі станів та подій процеси напрацювання і ремонтування для триходового клапана 1 позначено як P<sub>1</sub> і P<sub>5</sub>, для запобіжного клапана 2 – P<sub>2</sub> і P<sub>6</sub>, для запобіжного клапана 3 – P<sub>3</sub> і P<sub>7</sub>, для клапана граничного тиску 4 – P<sub>4</sub> і P<sub>8</sub>. Система перебуває у одинадцятьох станах, із яких сім працездатні – S<sub>5</sub>–S<sub>11</sub>, та чотири непрацездатні – S<sub>1</sub>–S<sub>4</sub>. У системі відбувається двадцять подій, із яких чотири спричиняють відмову – T<sub>4</sub>, T<sub>9</sub>, T<sub>15</sub>, і T<sub>18</sub>, сім призводять до пошкодження – T<sub>1</sub>–T<sub>3</sub>, T<sub>6</sub>, T<sub>7</sub>, T<sub>12</sub>, і T<sub>13</sub> та дев'ять усувають таке пошкодження – T<sub>5</sub>, T<sub>8</sub>, T<sub>10</sub>, T<sub>11</sub>, T<sub>14</sub>, T<sub>16</sub>, T<sub>17</sub>, T<sub>19</sub> і T<sub>20</sub>. Параметрами станів є значення



Рис. 2. Граф станів та переходів моделі станів і подій системи

коефіцієнтів масштабування для процесів  $P_1-P_8$  та логічна функція у, яка набуває значення "1", якщо система працездатна, та "0" – якщо ні. Параметрами подій є назва початкового стану, назва процесу, що завершився, і назва кінцевого стану. Така модель є математичним описом станів, в яких може перебувати система, та подій, які у ній можуть відбуватися, у проекційному зв'язку до процесів, що у ній відбуваються.

	Опис станів											Опис подій			
N⁰	Поч.	Графічний	чний Коефіцієнти масштабування									Назва	Заверш.	Кінц.	
	стан	опис стану	<b>P</b> <sub>1</sub>	<b>P</b> <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	$P_4$	$P_5$	P <sub>6</sub>	<b>P</b> <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>	У	події	процес	стан	
1	S <sub>11</sub>		1	1	1	0	0	0	0	0	1	$T_1$	P <sub>1</sub>	S <sub>10</sub>	
2		⊥_l_L										$T_2$	$P_2$	<b>S</b> <sub>9</sub>	
3												T <sub>3</sub>	P <sub>3</sub>	<b>S</b> <sub>7</sub>	
4	<b>S</b> <sub>10</sub>		0	0	0	1	1	0	0	0	1	$T_4$	$P_4$	$S_4$	
5												T <sub>5</sub>	P <sub>5</sub>	S <sub>11</sub>	
6	$S_9$		1	0	$k_3$	0	0	1	0	0	1	T <sub>6</sub>	$P_1$	<b>S</b> <sub>8</sub>	
7		⊥ <u>_</u> ⊥_×⊥										$T_7$	$P_3$	$S_5$	
8												T <sub>8</sub>	$P_6$	<b>S</b> <sub>11</sub>	
9	$S_8$		0	0	0	1	1	1	0	0	1	T <sub>9</sub>	$P_4$	<b>S</b> <sub>3</sub>	
10		$\bot_{\times}\bot_{\times}\bot$										T <sub>10</sub>	P <sub>5</sub>	<b>S</b> <sub>9</sub>	
11												T <sub>11</sub>	$P_6$	S <sub>10</sub>	
12	$S_7$		1	$k_2$	0	0	0	0	1	0	1	T <sub>12</sub>	$P_1$	<b>S</b> <sub>6</sub>	
13		lelêL										T <sub>13</sub>	$P_2$	<b>S</b> <sub>5</sub>	
14												T <sub>14</sub>	P <sub>7</sub>	<b>S</b> <sub>11</sub>	
15	$S_6$		0	0	0	1	1	0	1	0	1	T <sub>15</sub>	$P_4$	$S_2$	
16		┹ <sub>╳</sub> ⊥╦┺										T <sub>16</sub>	P <sub>5</sub>	$S_7$	
17												T <sub>17</sub>	$P_7$	S <sub>10</sub>	
18	$S_5$		0	0	0	1	0	1	1	0	1	T <sub>18</sub>	$P_4$	$S_1$	
19		┛═┴╳┺										T <sub>19</sub>	P <sub>6</sub>	<b>S</b> <sub>7</sub>	
20												T <sub>20</sub>	P <sub>7</sub>	<b>S</b> <sub>9</sub>	
21	$\mathbf{S}_4$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	_	_	-	
22	<b>S</b> <sub>3</sub>		0	0	0	0	0	0	0	0	0	_	_	-	
23	<b>S</b> <sub>2</sub>		0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	_	-	
24	$\mathbf{S}_1$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	_	_	_	

Параметри моделі станів та подій системи

**Марковська модель.** Грунтуючись на моделі станів та подій захисної арматури згідно із формалізованими правилами [11, с. 78] сформовано розщеплену однорідну марковську модель. Таку модель подають системою диференціальних рівнянь Колмогорова–Чепмена:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}(t) = \mathbf{A}\mathbf{p}(t),$$
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{p}(t).$$

де t – час;  $\mathbf{p}(t)$  – вектор, що містить функції ймовірності фаз;  $\mathbf{y}(t)$  – вектор, який містить ймовірнісні характеристики.

Марковська модель є множиною матриць, які задають інтенсивності переходів між фазами A, початкові ймовірності фаз p(0), а також зв'язок C функцій ймовірності фаз із характеристиками надійності системи. Для досліджуваної системи марковська модель подана у виразі:



Компоненти марковської моделі системи формуємо на основі марковських моделей процесів. Параметри марковських моделей процесів визначаємо згідно із критерієм рівності першого і центрованого другого моментів фактичного розподілу процесу та його марковської моделі. Вважаємо, що для процесу  $P_1{\alpha_1, \beta_1}$  параметри його марковської моделі задаються так: { $A_1$ ,  $p_1(0)$ ,  $C_1$ }, для  $P_2{\alpha_2, \beta_2} - {A_2, p_2(0), C_2}$ , для  $P_3{\alpha_3, \beta_3} - {A_3, p_3(0), C_3}$ , для  $P_4{\alpha_4, \beta_4} - {A_4, p_4(0), C_4}$ , для  $P_5{\mu} - {A_5, p_5(0), C_5}$ , для  $P_6{\mu} - {A_6, p_6(0), C_6}$ , для  $P_7{\mu} - {A_7, p_7(0), C_7}$  і для  $P_8{\mu} - {A_8, p_8(0), C_8}$ . Відповідно до вказаних параметрів компоненти марковської моделі системи обчислено відповідно до поданих нижче формул, зокрема для працездатного стану  $S_{11}$ :

 $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{11}} = \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes$ 

$$+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{p}_{\mathbf{S}_{\mathbf{u}}}(0) = \mathbf{p}_{1}(0) \otimes \mathbf{p}_{2}(0) \otimes \mathbf{p}_{3}(0) \otimes \mathbf{p}_{4}(0) \otimes \mathbf{p}_{5}(0) \otimes \mathbf{p}_{6}(0) \otimes \mathbf{p}_{7}(0) \otimes \mathbf{p}_{8}(0),$$

де  $\otimes$  – оператор тензорного множення;  $\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_8$  – одиничні матриці, розмірність яких дорівнює розмірності матриць  $\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_8$ .

Для працездатного стану S<sub>10</sub>:

 $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{10}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ Для працездатного стану S<sub>9</sub>:

 $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_9} = \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + k_3 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ 

Для працездатного стану S<sub>8</sub>:

 $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_8} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ 

Для працездатного стану S<sub>7</sub>:

 $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_7} = \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{E}_8 + k_2 \mathbf{E}_8 \otimes \mathbf{$  $+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ Для працездатного стану S<sub>6</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_{2}} = \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{A}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{A}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{A}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} + \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8} \otimes \mathbf{$  $+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ Для працездатного стану S<sub>5</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathbf{S}_5} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E$  $+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ Для подій T<sub>1</sub>, T<sub>6</sub> та T<sub>12</sub> спричинених завершенням процесу P<sub>1</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathsf{T}_1} = \mathbf{A}_{\mathsf{T}_2} = \mathbf{A}_{\mathsf{T}_2} = \mathbf{p}_1 \mathbf{C}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ Для подій T<sub>2</sub> та T<sub>13</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>2</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathrm{T}_{2}} = \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{p}_{2} \mathbf{C}_{2} \otimes \mathbf{E}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8}, \quad \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{3}} = k_{12} \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{3}}.$ Для подій T<sub>3</sub> та T<sub>7</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>3</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathrm{T}_{2}} = \mathbf{E}_{1} \otimes \mathbf{E}_{2} \otimes \mathbf{p}_{3} \mathbf{C}_{3} \otimes \mathbf{E}_{4} \otimes \mathbf{E}_{5} \otimes \mathbf{E}_{6} \otimes \mathbf{E}_{7} \otimes \mathbf{E}_{8}, \quad \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{2}} = k_{13} \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{2}}.$ Для подій T<sub>4</sub>, T<sub>9</sub>, T<sub>15</sub> та T<sub>18</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>4</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathrm{T}_4} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_6} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{15}} = \mathbf{E}_{\mathrm{T}_{15}} = \mathbf{E}_{\mathrm{1}} \otimes \mathbf{E}_{\mathrm{2}} \otimes \mathbf{E}_{\mathrm{3}} \otimes \mathbf{p}_{\mathrm{4}} \mathbf{C}_{\mathrm{4}} \otimes \mathbf{E}_{\mathrm{5}} \otimes \mathbf{E}_{\mathrm{6}} \otimes \mathbf{E}_{\mathrm{7}} \otimes \mathbf{E}_{\mathrm{8}}.$ Для подій T<sub>5</sub>, T<sub>10</sub> та T<sub>16</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>5</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathrm{T}_5} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{10}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{16}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{p}_5 \mathbf{C}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ Для подій T<sub>8</sub>, T<sub>11</sub> та T<sub>19</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>6</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathrm{T}_8} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{11}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{19}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{p}_6 \mathbf{C}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ Для подій T<sub>14</sub>, T<sub>17</sub> та T<sub>20</sub>, спричинених завершенням процесу P<sub>7</sub>:  $\mathbf{A}_{\mathrm{T}_{14}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{17}} = \mathbf{A}_{\mathrm{T}_{20}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{p}_7 \mathbf{C}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$ Зауважимо, що для заданих умов відновлення процес ремонтування Р<sub>8</sub> незатребуваний. У матриці С одиничний вектор-рядок І має розмірність, яка дорівнює добутку розмірностей усіх матриць інтенсивності переходів  $A_1 - A_8$ . Цю матрицю складено так, щоб її рядки відповідали наступним ймовірнісним характеристикам. Перший рядок задає ймовірність безвідмовної роботи захисної арматури, яка є сумою ймовірностей працездатних станів S<sub>5</sub>–S<sub>11</sub>. Другий рядок – ймовір-

ність відмови захисної арматури унаслідок непрацездатних станів  $S_5-S_{11}$ . другий рядок – имовірність відмови захисної арматури унаслідок непрацездатності запобіжних клапанів та клапана граничного тиску, яка збігається з ймовірністю непрацездатного стану  $S_1$ . І, третій рядок – ймовірність відмови захисної арматури унаслідок непрацездатності триходового крана та клапана граничного тиску, яка є сумою ймовірностей непрацездатних станів  $S_2$ – $S_4$ . Одержана модель містить 176 диференціальних рівнянь.

**Ймовірнісні характеристики надійності.** Застосовуючи розщеплену однорідну марковську модель, на основі методу Розенброка обчислено досліджувані ймовірнісні характеристики захисної арматури. Значення параметрів для елементів запобіжної арматури взято такими:  $\alpha_1 = 3,0 \ 10^5$  год,  $\beta_1 = 1,2$ ;  $\alpha_2 = \alpha_3 = 1,5 \ 10^4$  год,  $\beta_2 = \beta_3 = 1,3$ ;  $\alpha_4 = 1,5 \ 10^5$  год,  $\beta_4 = 1,1$ , інтенсивність відновлення  $\mu = 0,01 \ 1/$ год та коефіцієнти, які задають у скільки разів зростає швидкість зношування запобіжних клапанів під час подвійного навантаження,  $k_2 = 7, k_3 = 8$ . Метод Розенброка вибрано у зв'язку з тим, що марковська модель жорстка. Ця властивість моделі обумовлена такими факторами: розкидом параметрів для процесів напрацювання та ремонтування, особливістю алгоритму розщеплення простору станів, впливом коефіцієнтів зміни навантаження  $k_2$  та  $k_3$ .

Криві ймовірнісних характеристик обчислені для тривалості експлуатації 50 000 год., зокрема на рис., *a* суцільна крива 1 відповідає функції ймовірності безвідмовної роботи, на рис. 3, *б* штрихова крива 1 – функції ймовірності відмови унаслідок непрацездатності запобіжних клапанів та клапана граничного тиску, та на рис. 3, *б* штрих-пунктирна крива 2 – функції ймовірності відмови унаслідок непрацездатності триходового крана та клапана граничного тиску.



Рис. 3. Криві ймовірнісних характеристик захисної арматури

Аналіз ймовірнісних характеристик причин непрацездатності захисної арматури показує, що для етапу експлуатації до 10 000 год. найімовірнішою причиною відмови системи є непрацездатність триходового крана та клапана граничного тиску, а у разі подальшої експлуатації домінуючою причиною відмови стає непрацездатність запобіжних клапанів та клапана граничного тиску.

Висновки. Розроблено математичну модель надійності захисної арматури для посудини, яка працює під тиском, призначену для визначення ймовірності безвідмовної роботи та кількісного аналізу причин непрацездатності такої системи. Надійність системи математично описано на основі динамічного дерева відмов, в якому задано логічні умови зміни навантаження запобіжних клапанів, які функціонують за алгоритмом навантажувального резервування. Ймовірнісні характеристики системи визначено за марковською моделлю, в якій на основі тензорних виразів розщеплення простору станів, враховано вплив перерозподілу навантаження між елементами захисної арматури, тривалість напрацювання до відмови яких розподілена за законом Вейбулла. За допомогою цієї моделі визначено ймовірнісні характеристики та показано як змінюється найімовірніша причина непрацездатності захисної арматури залежно від тривалості експлуатації посудини. Кількісний аналіз такої властивості системи не можна адекватно одержати ні на основі застосування звичайної однорідної марковської моделі надійності.

Подальші дослідження скеровані на розроблення уточненої математичної моделі надійності захисної арматури для посудини, яка працює під тиском, в якій адекватно враховуватиметься перебування клапана граничного тиску у полегшеному резерві.

1. Gabriele Landucci. Release of hazardous substances in flood events: Damage model for horizontal cylindrical vessels / G. Landucci, A. Necci, G. Antonioni, A. Tugnoli, V. Cozzani // Reliability Engineering & System Safety. – 2014. – Vol. 132. – P. 125-145. 2. Chookah M. A probabilistic physics-of-failure model for prognostic health management of structures subject to pitting and corrosion-fatigue / M. Chookah, M. Nuhi, M. Modarres // Reliability Engineering & System Safety. – 2011. – Vol. 96, № 12. – P. 1601–1610. 3. Nima Khakzad. Risk-based design of process systems using discrete-time Bayesian networks / Nima Khakzad, Faisal Khan, Paul Amyotte // Reliability Engineering & System Safety. – 2013. – Vol. 109. – P. 5–17. 4. Codetta-Raiteri D. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power / D. Codetta-Raiteri // Reliability Engineering & System Safety. – 2011. – Vol. 96, № 5. –

P. 534–544. 5. Yeelyong Noh. Risk-based determination of design pressure of LNG fuel storage tanks based on dynamic process simulation combined with Monte Carlo method / Yeelyong Noh, Kwangpil Chang, Yutaek Seo, Daejun Chang // Reliability Engineering & System Safety. - 2014. - Vol. 129. - P. 76-82. 6. Munoz Zuniga M. Adaptive directional stratification for controlled estimation of the probability of a rare event / M. Munoz Zuniga, J. Garnier, E. Remy, E. de Rocquigny // Reliability Engineering & System Safety. – 2011. – Vol. 96, № 12. – P. 1691–1712. 7. Daniya Zamalieva. A probabilistic model for online scenario labeling in dynamic event tree generation / Daniya Zamalieva, Alper Yilmaz, Tunc Aldemir // Reliability Engineering & System Safety. – Vol. 120. – P. 18–26. 8. Daniya Zamalieva. Online scenario labeling using a hidden Markov model for assessment of nuclear plant state / Daniya Zamalieva, Alper Yilmaz, Tunc Aldemir / Reliability Engineering & System Safety. – 2013. – Vol. 110. – P. 1–13. 9. Mandziy B. Mathematical model for failure cause analysis of electrical systems with load-sharing redundancy of component / B. Mandziy, O. Lozynsky, S. Shcherbovskykh // Przeglad Elektrotechniczny. – 2013. – Vol. 89, № 11. – P. 244–247. 10. Shcherbovskykh S. Failure intensity determination for system with standby doubling / S. Shcherbovskykh, O. Lozynsky, Ya. Marushchak // Przeglad Elektrotechniczny. – 2011. – Vol. 87, № 5. – Р. 160–162. 11. Щербовських С. В. Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження: монографія / С. В. Щербовських. – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2012. – 296 с.