

## АНОТАЦІЯ

*Василишин С. І.* Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах, породжені зліченною множиною твірних елементів. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 — Математика. — Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ, 2023 — Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ, 2023.

Дисертаційна робота виконана в рамках теорії аналітичних функцій на банахових просторах і присвячена дослідженню топологічних алгебр цілих функцій, породжених зліченими множинами поліномів на комплексних банахових просторах.

Теорія аналітичних функцій на нескінченновимірних просторах є одним із основних розділів сучасного нелінійного функціонального аналізу. Відомо, що сукупності аналітичних функцій на нескінченновимірних просторах у багатьох випадках утворюють алгебри, які можна певним природним чином топологізувати. У багатьох сучасних дослідженнях вивчаються топологічні алгебри аналітичних функцій на нескінченновимірних просторах та спектри таких алгебр. Зокрема, даною тематикою займаються такі вчені як Р. Арон, П. Галіндо, Ж. Мухіка, М. Маестре, Д. Гарсія, А. Загороднюк, Т. Василишин, В. Кравців, І. Чернега та ін.

Нехай  $X$  є комплексним банаховим простором і  $H(X)$  є алгеброю усіх цілих функцій на просторі  $X$ . Дана алгебра є локально мультиплікативно опуклою (локально  $m$ -опуклою) відносно топології рівномірної збіжності на компактних підмножинах простору  $X$ . Відомо, що якщо простір  $X$  має базис Шаудера, то спектр алгебри  $H(X)$  складається з функціоналів обчислення значень в точках. Як наслідок, кожний гомоморфізм алгебри  $H(X)$  може бути зображений як оператор композиції з аналітичним відображенням. У застосуваннях часто потрібно мати справу з певними підалгебрами алгебри  $H(X)$ . Підалгебра  $H_b(X)$  алгебри  $H(X)$ , яка складається з фун-

кцій обмежених на обмежених підмножинах простору  $X$  (функцій обмеженого типу), завжди є власною підалгеброю, якщо простір  $X$  є нескінченновимірним. Зауважимо, що природною топологією на алгебрі  $H_b(X)$  є топологія рівномірної збіжності на обмежених підмножинах простору  $X$ . Ця топологія породжується зліченною системою норм, тому є метризовною. Алгебра  $H_b(X)$  із даною топологією є алгеброю Фреше. Алгебра  $H_b(X)$  досліджувалася багатьма авторами, зокрема Р. Ароном, Б. Коулом, Т. Гамеліном, П. Галіндо, Д. Гарсія, М. Маестре, Т. Корном, Ж. Мухікою, А. Загороднюком та ін.

Спектр та гомоморфізми алгебри  $H_b(X)$  можна повністю описати для певних банахових просторів (напр., якщо  $X = c_0$  або  $X$  є простором Цірельсона), в той час як у загальному випадку спектр алгебри  $H_b(X)$  може мати дуже складну структуру. Таким чином, є раціональним розглянути деякі менші підалгебри аналітичних функцій, щоб мати можливість отримати повний і точний опис їхніх гомоморфізмів. Зокрема, прикладом такої підалгебри є алгебра Фреше  $H_{bs}(L_\infty)$  всіх цілих симетричних функцій обмеженого типу на комплексному банаховому просторі  $L_\infty$  всіх вимірних за Лебегом суттєво обмежених функцій на відрізку  $[0, 1]$ , для якої в роботах Т. Василичина, П. Галіндо та А. Загороднюка здійснено повний опис спектра і зображено дану алгебру як алгебру аналітичних функцій на спектрі. Зауважимо, що для опису спектра алгебри  $H_{bs}(L_\infty)$  суттєво використовувалася наявність зліченного алгебраїчного базису в алгебрі всіх неперервних симетричних поліномів на просторі  $L_\infty$ , яка є щільною підалгеброю алгебри  $H_{bs}(L_\infty)$ . Іншими словами, використано той факт, що алгебра  $H_{bs}(L_\infty)$  породжена зліченною множиною однорідних поліномів. Дана властивість є типовою і для багатьох інших алгебр аналітичних функцій, які є інваріантними (симетричними) відносно групи або напівгрупи операторів на комплексних банахових просторах. Зокрема, алгебри цілих симетричних (відносно групи перестановок базисних векторів) функцій обмеженого типу на комплексних банахових просторах  $\ell_p$  також є породженими зліченими

системами однорідних поліномів.

У роботах Р. Аленкара, Р. Арона, П. Галіндо, А. Загороднюка, Д. Пінаско та І. Залдуендо досліджувалися алгебри симетричних аналітичних функцій на просторах  $\ell_p$ . Ці дослідження були продовжені у роботах А. Загороднюка, П. Галіндо та І. Чернеги. Також результати у цьому напрямку для різних підалгебр були отримані у роботах Р. Арона, Ж. Фалько, Д. Гарсія, М. Маестре, А. Загороднюка, Т. Васишина, І. Чернеги, В. Кравців, А. Бандури, Ф. Джавад.

Як було зазначено вище, у багатьох випадках алгебри симетричних аналітичних функцій відносно групи симетрій є породжені зліченною множиною однорідних поліномів. Тому є сенс вивчати алгебри, породжені послідовністю алгебраїчно незалежних поліномів (зліченно породжені алгебри) у загальному випадку. У дисертаційній роботі продовжено ці дослідження для довільних зліченно породжених алгебр аналітичних функцій на комплексних банахових просторах.

Основним завданням дисертаційного дослідження є вивчення властивостей алгебр цілих функцій, породжених зліченими множинами алгебраїчно незалежних поліномів на банахових просторах, зокрема опис спектрів таких алгебр та дослідження їх структури, встановлення умов за яких дані алгебри є ізоморфними.

Дисертація складається з анотації, вступу, п'яти розділів, висновків до розділів і загальних висновків, списку використаних джерел та одного додатку, який містить список публікацій автора та відомості про апробацію результатів дисертації.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційного дослідження, встановлено зв'язок дослідження з науково-дослідними роботами та проектами, сформульовано мету, задачі, об'єкт, предмет та методи дослідження, зазначено наукову новизну, практичне значення отриманих результатів та особистий внесок здобувача, також зазначено, де опубліковано і де було апробовано результати дисертаційного дослідження.

Перший розділ присвячено огляду літератури за темою дисертаційного дослідження та викладенню необхідного теоретичного матеріалу.

Другий розділ присвячено дослідженню властивостей топологічних алгебр аналітичних функцій, породжених зліченими множинами поліномів на комплексних банахових просторах.

У підрозділі 2.1 узагальнено теорему про обчислення радіус-функції лінійного функціонала для підалгебри алгебри Фреше всіх цілих функцій обмеженого типу  $H_b(X)$  на комплексному банаховому просторі  $X$ , яка має наступну властивість: для кожної функції, яка належить цій підалгебрі, усі члени її ряду Тейлора теж належать підалгебрі.

У підрозділі 2.2 розглянуто підалгебру  $H_{b\mathbb{P}}(X)$  алгебри Фреше цілих функцій обмеженого типу  $H_b(X)$ , породжену зліченною множиною алгебраїчно незалежних однорідних поліномів  $\mathbb{P}$ . Доведено, що дана алгебра є алгеброю Фреше і що кожен член розкладу у ряд Тейлора функції, що належить алгебрі  $H_{b\mathbb{P}}(X)$ , є алгебраїчною комбінацією елементів множини  $\mathbb{P}$ . Показано, що кожний нетривіальний неперервний лінійний мультиплікативний функціонал  $\varphi$ , що діє з алгебри  $H_{b\mathbb{P}}(X)$  у множину  $\mathbb{C}$ , однозначно визначається послідовністю  $(\varphi(P_1), \varphi(P_2), \dots, \varphi(P_n), \dots)$  своїх значень на елементах множини  $\mathbb{P}$ . Таким чином, існує бієкція між спектром (множиною усіх нетривіальних неперервних лінійних мультиплікативних функціоналів) алгебри  $H_{b\mathbb{P}}(X)$  і деякою множиною послідовностей комплексних чисел. Доведено верхню оцінку для послідовностей із цієї множини.

У підрозділі 2.3 розглянуто загальний клас алгебр, породжених послідовностями однорідних поліномів. Досліджено умови, за яких дві такі алгебри є ізоморфними та побудовано декілька прикладів різних зліченно породжених алгебр.

Третій розділ присвячено дослідженню спектрів алгебр цілих функцій обмеженого типу, породжених зліченими множинами поліномів на деяких просторах послідовностей.

У підрозділі 3.1 описано спектр алгебри Фреше всіх комплекснозна-

чних цілих аналітичних функцій обмеженого типу, породженої послідовністю поліномів деякого спеціального вигляду на комплексному банаховому просторі, який є замкненим підпростором простору  $\ell_\infty$  усіх обмежених послідовностей  $x = (x_1, x_2, \dots)$  комплексних чисел з нормою  $\|x\| = \sup_{i \in \mathbb{N}} |x_i|$  і містить простір  $c_{00}$  всіх фінітних послідовностей  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n, 0, \dots)$  комплексних чисел.

Підрозділ 3.2 присвячено дослідженню спектра алгебри Фреше всіх комплекснозначних цілих аналітичних функцій обмеженого типу, породженої послідовністю поліномів деякого спеціального вигляду на комплексному банаховому просторі  $\ell_1$ . У даному підрозділі також розглянуто пов'язану з описом спектра задачу продовження функцій із цієї алгебри на послідовності, які не належать простору  $\ell_1$ . Також побудовано приклад функції, яка належить даній алгебрі і є добре визначеною на елементі  $x_0 = (1, 1/2, \dots, 1/n, \dots)$ , але не може бути продовженою до аналітичної функції обмеженого типу на просторах  $\ell_p$ , де  $1 < p < \infty$ .

У підрозділі 3.3 розглянуто деякі операції зсуву, які здійснюються на спектрі алгебри Фреше цілих функцій обмеженого типу, породженої послідовністю поліномів деякого спеціального вигляду на комплексному банаховому просторі  $\ell_p$ , де  $1 \leq p \leq \infty$ .

Четвертий розділ присвячено дослідженню умов ізоморфізму топологічних алгебр цілих функцій обмеженого типу, породжених зліченими множинами поліномів на комплексних банахових просторах.

У підрозділі 4.1 встановлено умови існування ізоморфізму алгебр Фреше цілих функцій обмеженого типу, породжених послідовностями неперервних алгебраїчно незалежних однорідних поліномів степеня  $n$  з одиничними нормами на комплексних банахових просторах.

У підрозділі 4.2 представлено деякі застосування для алгебр симетричних аналітичних функцій обмеженого типу. Зокрема, розглянуто алгебру  $H_{bs}(L_\infty)$  цілих функцій обмеженого типу на  $L_\infty$ , які є симетричними, тобто інваріантними відносно вимірних бієкцій відрізка  $[0, 1]$ , що зберігають

міру, де  $L_\infty$  є комплексним банаховим простором усіх вимірних за Лебегом суттєво обмежених комплекснозначних функцій  $x$  на відрізку  $[0, 1]$  з нормою  $\|x\|_\infty = \text{ess sup}_{t \in [0,1]} |x(t)|$ . Ми доводимо, що алгебра  $H_{bs}(L_\infty)$  є ізоморфною до алгебри усіх цілих функцій обмеженого типу, породженої деякою зліченною множиною однорідних поліномів на комплексному банаховому просторі  $\ell_\infty$ .

П'ятий розділ присвячено дослідженню алгебраїчних базисів алгебри поліномів, породженої зліченною множиною твірних елементів.

У підрозділі 5.1 розглянуто алгебру поліномів, які є алгебраїчними комбінаціями елементів множини  $\mathbb{P}$ . Досліджено які алгебраїчні базиси існують у даній алгебрі і у якому вигляді їх можна подати.

У підрозділі 5.2 встановлено оцінку для коефіцієнтів функцій, що належать алгебрі  $H_{b\mathbb{P}}(\ell_p)$ , де  $1 \leq p < \infty$ , для певного виду поліномів  $\mathbb{P}$ . Також побудовано приклад зліченно породженої алгебри, у якій всі алгебраїчні базиси однорідних поліномів є еквівалентними.

*Ключові слова:* поліном на нескінченновимірному просторі, однорідний поліном, симетричний поліном, збіжність, рівномірна збіжність, аналітична функція кількох комплексних змінних, аналітична функція на банаховому просторі, симетрична аналітична функція на банаховому просторі, ціла функція, алгебра, алгебра Фреше, спектр алгебри, алгебраїчний базис, функція обмеженого типу, ізоморфізм алгебр.

## ABSTRACT

*Vasylyshyn S. I.* Algebras of analytic functions on Banach spaces generated by a countable set of generating elements. — Qualifying scientific work on rights of manuscript.

The thesis for obtaining the Philosophy Doctor Degree in Mathematics, speciality 111 — Mathematics. — Vasyl Stefanyk Precarpathian National University. — Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, Ivano-Frankivsk, 2023.

The thesis is fulfilled within the theory of analytic functions on Banach spaces and is devoted to the study of topological algebras of entire functions generated by countable sets of polynomials on complex Banach spaces.

The theory of analytic functions is one of the main sections of modern nonlinear functional analysis. It is known that in many cases the sets of analytic functions on infinite dimensional spaces have the structure of algebras. These algebras can be topologized in some natural way. In many modern investigations topological algebras of analytic functions and spectra of such algebras are studied. In particular, in this field work such scientists as R. Aron, P. Galindo, J. Mujica, M. Maestre, D. Garcia, A. Zagorodnyuk, T. Vasylyshyn, V. Kravtsiv, I. Chernega and others.

Let  $X$  be a complex Banach space and  $H(X)$  be the algebra of all entire functions on the space  $X$ . This algebra is locally multiplicatively convex (locally  $m$ -convex) with respect to the topology of the uniform convergence on compact subsets of the space  $X$ . It is known that if the space  $X$  has a Schauder basis, the spectrum of the algebra  $H(X)$  consists of the point evaluation functionals. Consequently, every homomorphism of the algebra  $H(X)$  can be represented as a composition operator with an analytic map. In applications we often have to deal with some particular subalgebras of the algebra  $H(X)$ . The subalgebra  $H_b(X)$  of the algebra  $H(X)$  comprising of functions which are bounded on bounded subsets of the space  $X$  (functions of bounded type), is always the proper subalgebra if the space  $X$  is infinite dimensional. Note

that the natural topology on the algebra  $H_b(X)$  is the topology of uniform convergence on the bounded subsets of the space  $X$ . This topology is generated by the countable set of norms, therefore it is metrizable. The algebra  $H_b(X)$  endowed with this topology is the Fréchet algebra. The algebra  $H_b(X)$  was studied by many authors, in particular, by R. Aron, B. Cole, T. Gamelin, P. Galindo, D. Garcia, M. Maestre, T. Carne, J. Mujica, A. Zagorodnyuk and others.

Spectrum and homomorphisms of the algebra  $H_b(X)$  can be explicitly described for some special cases of Banach spaces (e.g. if  $X = c_0$  or  $X$  is the Tsirelson space), while in the general case, the spectrum of the algebra  $H_b(X)$  may have a very complicated structure. Thus, it is reasonable to consider some smaller subalgebras of analytic functions to get a chance for a complete and explicit description of their homomorphisms. In particular, the example of such subalgebra is the Fréchet algebra  $H_{bs}(L_\infty)$  of all entire symmetric functions of bounded type on the complex Banach space  $L_\infty$  of all Lebesgue measurable essentially bounded functions on the segment  $[0, 1]$ . The spectrum of this algebra is described completely and this algebra is represented as the algebra of analytic functions on the spectrum by T. Vasylyshyn, P. Galindo and A. Zagorodnyuk. Note that the existence of the countable algebraic basis in the algebra of all continuous symmetric polynomials on the space  $L_\infty$ , which is a dense subalgebra of the algebra  $H_{bs}(L_\infty)$ , played an important role in the description of the spectrum of the algebra  $H_{bs}(L_\infty)$ . In other words, it was used the fact that the algebra  $H_{bs}(L_\infty)$  is generated by the countable set of homogeneous polynomials. This property is typical for many other algebras of analytic functions that are invariant (symmetric) with respect to the group or semigroup of operators on complex Banach spaces. In particular, the algebras of entire symmetric (with respect to the group of permutations of basis vectors) functions of bounded type on the complex Banach spaces  $\ell_p$  are also generated by countable sets of homogeneous polynomials. Algebras of symmetric analytic functions on the spaces  $\ell_p$  were investigated by R. Alencar, R. Aron, P. Galindo,



A. Zagorodnyuk, D. Pinasco and I. Zalduendo. These investigations were continued in the papers of A. Zagorodnyuk, P. Galindo and I. Chernega. Also results in this field for different subalgebras were obtained by R. Aron, J. Falcó, D. Garcia, M. Maestre, A. Zagorodnyuk, T. Vasylyshyn, I. Chernega, V. Kravtsiv, A. Bandura, F. Jawad.

As it was mentioned above, in many cases algebras of symmetric analytic functions with respect to a group of symmetry are generated by the countable set of homogeneous polynomials. Therefore it is reasonable to study algebras, generated by sequences of algebraically independent polynomials (countably generated algebras) in general case. In the thesis these investigations are continued for arbitrary countably generated algebras of analytic functions on complex Banach spaces.

The main task of the dissertation research is to study the properties of algebras of entire functions generated by countable sets of algebraically independent polynomials on Banach spaces, in particular, to describe spectra of such algebras and investigate their structures, to study conditions under which the given algebras are isomorphic.

The thesis consists of an abstract, introduction, five sections, conclusions for each section and general conclusions, bibliography, and appendix that contains the list of author's publications and information about the approbation of the results of research.

The introduction outlines relevance of the research topics, the connection of the thesis with research programs and projects, formulates the purpose, tasks, object, subject and methods of research, notes the scientific novelty and the practical significance of the obtained results, points out the personal contribution of the author and also where the results of the thesis have been published and discussed.

The first section is devoted to the literature review on the topic of the thesis and to the introduction of the necessary theoretical background.

The second section is devoted to the investigation of the properties of

topological algebras of analytic functions generated by countable sets of polynomials on complex Banach spaces.

In the subsection 2.1 we generalise the theorem for computing the radius function of a linear functional on case of the subalgebra of the Fréchet algebra of entire functions of bounded type  $H_b(X)$  on a complex Banach space  $X$  that has the following property: for every function belonging to this subalgebra each term of the Taylor series also belongs to the subalgebra.

In the subsection 2.2 we consider the subalgebra  $H_{b\mathbb{P}}(X)$  of the Fréchet algebra of entire functions of bounded type  $H_b(X)$  generated by the countable set of algebraically independent homogeneous polynomials  $\mathbb{P}$ . It is proved that the given algebra is the Fréchet algebra and that every term of the Taylor series expansion of entire function which belongs to the algebra  $H_{b\mathbb{P}}(X)$ , is an algebraic combination of the elements of the set  $\mathbb{P}$ . It is shown that every continuous linear multiplicative functional  $\varphi$  acting from  $H_{b\mathbb{P}}(X)$  to  $\mathbb{C}$  is uniquely determined by the sequence  $(\varphi(P_1), \varphi(P_2), \dots, \varphi(P_n), \dots)$  of its values on elements of  $\mathbb{P}$ . Consequently, there is a bijection between the spectrum (the set of all nontrivial continuous linear multiplicative functionals) of the algebra  $H_{b\mathbb{P}}(X)$  and some set of sequences of complex numbers. We prove the upper estimate for sequences from this set.

In the subsection 2.3 we consider the general case of algebras, generated by sequences of homogeneous polynomials. We found some conditions when two such algebras are isomorphic and constructed a lot of examples of different countably generated algebras.

The third section is devoted to the study of spectra of algebras of entire functions of bounded type, generated by countable sets of polynomials on some sequence spaces.

In the subsection 3.1 we investigate the spectrum of the Fréchet algebra of all complex-valued entire analytic functions of bounded type generated by the sequence of polynomials of some special form on a complex Banach space that is a closed subspace of the space  $\ell_\infty$  of all bounded sequences  $x = (x_1, x_2, \dots)$

of complex numbers with the norm  $\|x\| = \sup_{i \in \mathbb{N}} |x_i|$  and contains the space  $c_{00}$  of all eventually zero sequences  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n, 0, \dots)$  of complex numbers.

The subsection 3.2 is devoted to the study of the spectrum of the Fréchet algebra of all complex-valued entire analytic functions of bounded type generated by the sequence of polynomials of some special form on the complex Banach space  $\ell_1$ . In the given subsection it is also considered the problem of extension of the functions that are the elements of this algebra to the sequences that do not belong to the space  $\ell_1$ , which is related to the problem of the description of the spectrum. It is also constructed an example of the function that belongs to the given algebra and is well defined on the element  $x_0 = (1, 1/2, \dots, 1/n, \dots)$ , but cannot be extended to the analytic function of bounded type on the spaces  $\ell_p$ , where  $1 < p < \infty$ .

The subsection 3.3 is devoted to the study of the shift type operations that can be performed on the spectrum of the Fréchet algebra of entire analytic functions of bounded type generated by the sequence of polynomials of some special form on the complex Banach space  $\ell_p$ , where  $1 \leq p \leq \infty$ .

The fourth section is devoted to the investigation of conditions of an isomorphism of topological algebras of entire analytic functions of bounded type generated by the countable sets of polynomials on complex Banach spaces.

In the subsection 4.1 we investigate conditions of existence of the isomorphism of the Fréchet algebras of entire functions of bounded type generated by the sequences of continuous algebraically independent homogeneous polynomials of the degree  $n$  with norm one on complex Banach spaces.

In the subsection 4.2 we present some applications for algebras of symmetric analytic functions of bounded type. In particular, we consider the subalgebra  $H_{bs}(L_\infty)$  of entire functions of bounded type on  $L_\infty$  which are symmetric, i.e. invariant with respect to measurable bijections of  $[0, 1]$  that preserve the measure, where  $L_\infty$  is the complex Banach space of all Lebesgue measured essentially bounded complex-valued functions  $x$  on the segment  $[0, 1]$  with the norm  $\|x\|_\infty = \text{ess sup}_{t \in [0, 1]} |x(t)|$ . We prove that  $H_{bs}(L_\infty)$  is isomorphic to the

algebra of all entire functions of bounded type, generated by a countable set of homogeneous polynomials on the complex Banach space  $\ell_\infty$ .

The fifth section is devoted to the investigation of the algebraic bases of the algebra of polynomials, generated by a countable set of generating elements.

In the subsection 5.1 we consider the countable set  $\mathbb{P}$  of continuous algebraically independent complex-valued  $n$ -homogeneous polynomials with unit norms on a complex Banach space  $X$  and the algebra  $\mathcal{P}_{\mathbb{P}}(X)$  of all polynomials which are algebraic combinations of elements of the set  $\mathbb{P}$ . We investigate what algebraic bases exist in the algebra  $\mathcal{P}_{\mathbb{P}}(X)$  and in what form they can be represented.

In the subsection 5.2 we establish the estimate for the coefficients of functions that belong to the algebra  $H_{b\mathbb{P}}(\ell_p)$  of entire functions of bounded type generated by the sequence of polynomials of some special form  $\mathbb{P}$  on the complex Banach space  $\ell_p$  of all sequences  $x = (x_1, x_2, \dots)$  of complex numbers for which the series  $\sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^p$  is convergent with the norm  $\|x\| = \left(\sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^p\right)^{1/p}$ , where  $1 \leq p < \infty$ . In this subsection we also construct a countably generated algebra, where all normalized algebraic bases of homogeneous polynomials are equivalent.

*Key words:* polynomial on infinite dimensional space, homogeneous polynomial, symmetric polynomial, convergence, uniform convergence, analytic function on several complex variables, analytic function on a Banach space, symmetric analytic function on a Banach space, entire function, algebra, Fréchet algebra, spectrum of an algebra, algebraic basis, function of a bounded type, isomorphism of algebras.

**Список публікацій здобувача, в яких опубліковано  
основні наукові результати дисертації**

1. Halushchak S. I. Spectra of some algebras of entire functions of bounded type, generated by a sequence of polynomials // Carpathian Math. Publ.— 2019. — Vol. 11, № 2. — P. 311 – 320.  
DOI: <https://doi.org/10.15330/cmp.11.2.311-320>  
URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85078306604&origin=resultslist>
2. Halushchak S. I. Isomorphisms of some algebras of analytic functions of bounded type on Banach spaces // Mat. Stud. — 2021. — Vol. 56, Iss. 1. — P. 106 – 112.  
DOI: <https://doi.org/10.30970/ms.56.1.107-112>  
URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85120080599&origin=resultslist>
3. Halushchak S. Algebras of analytic functions on Banach spaces, generated by countable sets of polynomials and their properties // AIP Conference Proceedings — 2022. — Vol. 2483, Article Number 030006.  
DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0117601>  
URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85142505934&origin=resultslist>
4. Vasylyshyn S. I. Spectra of algebras of analytic functions, generated by sequences of polynomials on Banach spaces and operations on spectra // Carpathian Math. Publ.— 2023. — Vol. 15, № 1. — P. 104 – 119.  
DOI: <https://doi.org/10.15330/cmp.15.1.104-119>  
URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85163657874&origin=resultslist>
5. Novosad Z., Vasylyshyn S., Zagorodnyuk A. Countably generated algebras of analytic functions on Banach spaces // Axioms. — 2023. — Vol. 12, Iss. 8. — Article Number 798, 21 p.  
DOI: <https://doi.org/10.3390/axioms12080798>

URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85169106693&origin=resultslist>

## **Список публікацій здобувача, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації**

1. Галушчак С. І. Про спектри алгебр аналітичних функцій на банаховому просторі, породжених зліченною множиною поліномів // Всеукраїнська наук. конф. "Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу" (Ворохта, 22–25 лютого 2017 р.): тези допов. — Івано-Франківськ: Прикарп. нац. ун-т ім. В. Стефаника. — 2017. — С. 63.
2. Halushchak S. Spectra of algebras of entire functions, generated by the sequence of polynomials on a Banach space // International Conference in Functional Analysis dedicated to the 125th anniversary of Stefan Banach (Lviv, 18–23 September 2017): book of abstracts — Lviv: Ivan Franko National University of Lviv. — 2017. — P. 24.
3. Halushchak S. Spectra of some algebras of entire functions of bounded type, generated by the sequence of polynomials on a Banach space // Conference on Non Linear Functional Analysis (Valencia, 17–20 October 2017): book of abstracts — Valencia: Universitat Politècnica de Valencia (Spain). — 2017. — P. 38.
4. Галушчак С. І. Радіус-функція функціоналів на алгебрі  $H_{\mathbb{P}}(X)$  // Всеукраїнська наук. конф. "Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу" (Ворохта, 27 лютого – 2 березня 2018 р.): тези допов. — Івано-Франківськ: Прикарп. нац. ун-т ім. В. Стефаника. — 2018. — С. 44.
5. Галушчак С. І. Деякі властивості алгебр, породжених послідовністю поліномів на банаховому просторі // Міжнар. наук. конф. "Сучасні проблеми механіки та математики" (Львів, 22–25 травня 2018 р.): збірник наукових праць — Львів: Інститут прикладних проблем механіки

- і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. — 2018. — С. 53.
6. Галушчак С. І. Про властивості алгебри Фреше, породженої послідовністю поліномів на банаховому просторі // Міжнар. наук. конф. "Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках і інформаційних технологіях присвячена 50-річчю факультету математики та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича (Чернівці, 17 – 19 вересня 2018 р.): матеріали конференції — Чернівці: Чернівецький нац. ун-т. — 2018. — С. 169.
  7. Halushchak S. I. Properties of some algebras of entire functions of bounded type, generated by a countable set of polynomials on a Banach space // International Conference "Morse theory and its applications" dedicated to the memory and the 70th anniversary of Volodymyr Sharko (Kyiv, 25 – 28 September 2019): book of abstracts. — P. 15.
  8. Halushchak S. I. On spectra of algebras of entire functions of bounded type, generated by sequences of polynomials on Banach spaces // International Conference "Infinite Dimensional Analysis and Topology" dedicated to the 70th anniversary of Professor Oleh Lopushansky (Ivano-Frankivsk, 16 – 19 October 2019): book of abstracts. — P. 19.
  9. Halushchak S. On the isomorphism and some other properties of the Frechet algebras of entire functions of bounded type on Banach spaces // International Conference "11th International Skorobohatko Mathematical Conference" (Lviv, 26 – 30 October 2020): book of abstracts. — P. 39.
  10. Halushchak S. Isomorphisms of some algebras of analytic functions of bounded type on Banach spaces // International online workshop on approximation theory (Ivano-Frankivsk, 19 – 21 March 2021): book of abstracts. — P. 17.
  11. Halushchak S. Algebras of analytic functions on Banach spaces, generated by countable sets of polynomials and their properties // 5th International Conference of Mathematical Sciences (Istanbul, 23 – 27 June 2021): book of abstracts. — Istanbul: Maltepe University (Turkey). — 2021. — P. 54.

12. Vasylyshyn S. I. Spectra of algebras of analytic functions, generated by sequences of polynomials on Banach spaces // International Online Conference "Current Trends in Abstract and Applied Analysis"(Ivano-Frankivsk, 12 – 15 May 2022): book of abstracts. — P. 84 – 85.
13. Vasylyshyn S. Spectra of algebras of analytic functions, generated by sequences of polynomials on Banach spaces and operations on spectra // Міжнародна наукова конференція "Сучасні проблеми механіки та математики - 2023"(Львів, 23 – 25 травня 2023): матеріали конференції. — С. 298.